

Задача А. Красные и синие таблетки

Будем считать, что $r \leq b$ (в противном случае мы можем их поменять местами). Заметим, что вы не можете собрать более r пакетов (хотя бы по одной красной таблетке должно быть в каждом пакете), а потому b не может превосходить $r \cdot (d + 1)$ (не более $d + 1$ синих таблеток в каждом пакете). Таким образом, если $b > r \cdot (d + 1)$, то ответ NO. Иначе мы всегда можем сформировать ровно r пакетов.

Задача В. Установка М ОС

Пусть cur — текущее количество ноутбуков, на которое установлена М ОС (изначально оно равно 1). Тогда за 1 час мы можем увеличить cur на $\min(cur, k)$. Отсюда видно, что несколько первых действий значение cur будет удваиваться, а затем, когда станет больше чем k , начнет увеличиваться на ровно на k .

Процесс, в котором количество ноутбуков удваивается, можно промоделировать с помощью цикла, т. к. количество удвоений не превосходит $\log n$. А чтобы посчитать количество необходимых прибавлений k , увеличим ответ еще на $\lceil \frac{n-cur}{k} \rceil$.

Обратите внимание, что $\lceil \frac{n-cur}{k} \rceil$ нужно считать без использования вещественных типов данных; чтобы вычислить $\lceil \frac{x}{y} \rceil$ в целых числах, надо целочисленно поделить $x + y - 1$ на y (это сработает, если x и y неотрицательны, и $y \neq 0$). Если вы будете использовать нецелые числа, это может привести к неправильному ответу из-за погрешности вычислений.

Задача С. Отчаянная битва

Давайте научимся считать урон для фиксированного значения k . Так как эффект яда от i -го удара будет действовать $\min(k, a_{i+1} - a_i)$ часов для $i < n$ и k часов для $i = n$, то суммарный урон равен $k + \sum_{i=1}^{n-1} \min(k, a_{i+1} - a_i)$. Отсюда видно, что чем больше значение k , тем больше сумма. А значит мы можем сделать бинарный поиск по k и найти минимальное значение, при котором сумма больше или равна h .

Задача D. Очередная задача про кресты

Попробуем выбрать каждую точку центром креста, ответом будет такая из них, перекрашивание для которой занимает минимальное время. Считать в лоб займет суммарно $O(nm(n + m))$, что слишком медленно для полного решения, однако такое решение набирает 50 баллов. Заметим, что ответ для некоторой клетки (x, y) можно представить как $cnt_{row}[x] + cnt_{column}[y] - (1, \text{ если } a[x][y] \text{ белая, иначе } 0)$, где $cnt_{row}[i]$ — это количество белых клеток в строке i , а $cnt_{column}[i]$ — то же для столбца i . Первые два слагаемых можно посчитать заранее.

Асимптотика решения: $O(nm)$.

Задача E. Тимофей и кофе

Здесь есть две отдельные задачи:

- Эффективно сгенерировать массив c , где c_i — количество рецептов, которые рекомендуют температуру i .
- Эффективно ответить на запросы "сколько чисел $c_a, c_{a+1}, c_{a+2}, \dots, c_b$ имеет значение хотя бы k ?" где k фиксировано во всех запросах.

Существует несколько решений этой задачи с использованием продвинутых структур данных или алгоритмов. Например, концептуально простая идея заключается в следующем: создайте дерево отрезков на массиве c . Мы можем рассматривать все рецепты как запросы на обновление диапазона, которые мы можем эффективно выполнять за $O(q \cdot \log m)$ (где m — максимум из a_i и b_i), используя ленивое распространение.

После всех рецептов мы заменяем все c_i на 1, если оно не менее k , и 0 в противном случае. После этого каждый из следующих q запросов представляет собой базовый запрос суммы на отрезке, который может быть выполнен за маленькое время.

Существуют и другие решения: дерево Фенвика с обновлением на отрезке, сортировка событий, sqrt-декомпозиция с бинарным поиском, алгоритм Мо и так далее. Все эти решения подходят, но все они излишни для этой задачи.

Очень простое решение заключается в следующем. Инициализируйте c нулями. Для рецепта, который рекомендует температуру между l_i и r_i , мы должны увеличить c_{l_i} и уменьшить c_{r_i+1} .

Суммируйте все значения на префиксе, то есть установите c_i равным $c_1 + c_2 + c_3 + \dots + c_i$. Это можно сделать за один проход по массиву.

Теперь, c_i - это количество рецептов, в которых рекомендуется температура i . Если c_i равен по крайней мере k , установите его равным 1, в противном случае установите его равным 0.

Постройте массив префиксных сумм p на массиве c .

Теперь на каждый запрос, который запрашивает количество допустимых температур между a и b , можно ответить просто как $p_b - p_{a-1}$.

Это работает за $O(n + q + m)$, что действительно быстро.